

Corrigé des exercices
Série 3 des TD

Exercice 1

Un particulier s'est engagé le 31/10/2005 auprès d'un organisme de capitalisation, à verser 12 annuités constantes de 17000 Dh au taux de 6%. La première annuité est payée le 31/10/2006.

Ici les annuités sont de fin de période. La première annuité est payée à la fin de la première année (un an après la signature du contrat).

1- Le capital constitué au 31/10/2017 est :

$$A_{12} = 17000 \times \frac{(1+i)^{12}-1}{i} = 17000 \times \frac{(1+0,06)^{12}-1}{0,06} = \dots$$

2- au 31/03/2018

$$A_{12+5/12} = A_{12} \times (1,06)^{\frac{5}{12}} = \dots$$

3- au 31/10/2019

$$A_{14} = A_{12} \times (1,06)^2 = \dots$$

Exercice 2

1- A la date du dernier versement, la valeur acquise de 8 annuités constantes de 13500 Dh chacune s'élève à 150.000 Dh. Quel est le taux d'intérêt appliqué dans ce cas?

$$A_8 = 13500 \times \frac{(1+i)^8-1}{i} = 150.000$$

$$\frac{(1+i)^8-1}{i} = \frac{150.000}{13.500} = 11,11$$

On peut calculer le taux par interpolation linéaire (en essayant différentes valeurs de « i » jusqu'à ce qu'on s'approche de la valeur 11,11)

Par exemple :

$$i = 9, \quad \frac{(1+i)^8 - 1}{i} = 11,02 \quad \text{Donc } i \text{ est légèrement supérieur à } 9$$

$$i = 9.25, \quad \frac{(1+i)^8 - 1}{i} = 11,12$$

Le taux i recherché (qui donnera exactement 11,11 est compris entre 9 et 9.25)

$$\begin{array}{ccc} 11,02 < 11,11 < 11,12 \\ 9 < i < 9.25 \end{array}$$

$$\frac{i - 9}{9.25 - 9} = \frac{11,11 - 11,02}{11,12 - 11,02}$$

$$i = 9,2\%$$

2- Combien d'annuités de 20.000 Dh chacune faut il placer au taux annuel de 9.5%, pour disposer au moment du dernier versement d'une valeur acquise de 300.000 Dh.

On cherche le « n »

$$20000 \times \frac{(1.095)^n - 1}{0.095} = 300.000$$

$$(1.095)^n = 2.425$$

En intégrant le logarithme, on obtient : $n = 9,76$

3- Combien faut-il verser à la fin de chaque semestre pendant 8 ans pour constituer, au moment du dernier versement, un capital de 450.000 Dh. Taux semestriel de 4.5%

(le taux correspond à la période, donc on utilise la même formule que les annuités)

$$A_{16} = a \times \frac{(1+0.045)^{16} - 1}{0.045} = 450.000$$

$$a = 450.000 \times \frac{0.045}{(1+0.045)^{16} - 1} = 19\,806,96 \text{ Dh}$$

Exercice 3

Le taux trimestriel proportionnel au taux annuel de 9% est : $9/4 = 2.25\% = 0.0225$

$$A_{16} = 8000 \times \frac{(1+0.0225)^{16} - 1}{0.0225} = 152\,043.18 \text{ Dh}$$

au 28/02/2019 :

$$A_{16+2/3} = A_{16} (1 + 0.0225 \times 2/3) = 154\,323,83 \text{ Dh (Solution rationnelle)}$$

Ou

$$A_{16+2/3} = A_{16} (1 + 0.0225)^{2/3} = 154\,315,35 \text{ Dh (Solution commerciale)}$$